Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 10-01

1. 1) $V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 10\sqrt{13} \approx 36$ м/с, 2) $K = \frac{m}{2}\left(\frac{g\tau}{2}\right)^2 = \frac{2}{2}\cdot\left(\frac{10\cdot 10}{2}\right)^2 = 2500$ Дж,

2. 1) ЗСИ $mV_0\cos\alpha = 2mV_1$; ЗСЭ $\frac{m}{2}V_0^2 = \frac{2m}{2}V_1^2 + mgH$, отсюда

$$H = \frac{V_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = \frac{5}{16}\frac{V_0^2}{g} = \frac{5}{16}\cdot\frac{2^2}{10} = 0{,}125\text{м}.$$

2) Так как движение шайбы равнопеременное, то при возвращении шайбы на уровень старта вертикальная проекция скорости шайбы сменит знак и будет равна $V_Y = -V_0\sin\alpha$

ЗСИ $mV_0\cos\alpha = mV_X + mV$; ЗСЭ $\frac{m}{2}V_0^2 = \frac{m}{2}\left[\left(V_0\sin\alpha\right)^2 + V_X^2\right] + \frac{m}{2}V^2$

Перепишем эти равенства в виде $V_0\cos\alpha = V_X + V$; $V_0^2\cos^2\alpha = V_X^2 + V^2$.

Отсюда следует: $V_X = 0, V = V_0\cos\alpha = \frac{2\cdot\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \approx 1{,}7$ м/с.

3. 1) При движении в горизонтальной плоскости

$$F_{TP} = mg\ ,\ m\frac{V^2}{R} = N\ ;\ \vec{P} = -\left(\vec{N} + \vec{F}_{TP}\right),\ P = m\sqrt{\left(\frac{V^2}{R}\right)^2 + g^2} = 0{,}4\cdot\sqrt{\left(\frac{3{,}7^2}{1{,}2}\right)^2 + 10^2} \approx 0{,}4\sqrt{230} \approx 6{,}1\text{ Н}.$$

2) Вычислим минимальную допустимую скорость V_{MIN} при таком движении. На модель действуют силы тяжести, трения и нормальной реакции. По второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$.

В высшей точке траектории перейдем к проекциям сил и ускорения на ось, перпендикулярную плоскости большого круга, в которой происходит движение

$mg\cos\alpha = F_{\text{тр}} \le \mu N$. Следовательно, в этой точке $N \ge \frac{1}{\mu}mg\cos\alpha$. Переход к проекциям ускорения и сил на нормальное направление $m\frac{V_{MIN}^2}{R} = mg\sin\alpha + N = mg\sin\alpha + \frac{1}{\mu}mg\cos\alpha$, приводит к ответу на вопрос задачи

$$V_{MIN} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \frac{1}{\mu}\cos\alpha\right)} = \sqrt{10\cdot 1{,}2\cdot\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{0{,}9\cdot 2}\right)} = \sqrt{6 + \frac{20}{\sqrt{3}}} \approx 4{,}2\text{ м/с}.$$

4. 1) Теплота подводится на 1-2 $Q = \frac{3}{2}\left(P_2V_2 - P_1V_1\right) + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1 = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)RT_1$;

2) Работа газа за цикл $A = \frac{\pi}{4}P_1V_1 = \frac{\pi}{4}RT_1$

3) КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q}\cdot 100\% = \frac{\frac{\pi}{4}RT_1}{\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)RT_1}\cdot 100\% = \frac{\pi}{22 + \pi}\cdot 100\% \approx 12{,}5\%$.

5. 1) Для определенности будем считать все заряды положительными. $F_1 = qE\left(2R\right) = k\frac{Qq}{4R^2}$.

2) Если однородно заряженный отрезок лежит на линии поля, вдоль которой напряженность поля $E_X\left(x\right)$, то суммарная сила, действующая со стороны этого поля на заряженный отрезок равна

$$F = \sum_{x_1 \le x \le x_2} \lambda\cdot\Delta x\cdot E_X\left(x\right) = \lambda\cdot\sum_{x_1 \le x \le x_2} E_X\left(x\right)\cdot\Delta x = \lambda\cdot\left(\varphi\left(x_1\right) - \varphi\left(x_2\right)\right).$$

В рассматриваемом случае

$\left(\varphi\left(2R\right) - \varphi\left(3R\right)\right) = \frac{kQ}{2R} - \frac{kQ}{3R} = \frac{kQ}{6R}$. Тогда $F_2 = \lambda\left(\varphi\left(2R\right) - \varphi\left(3R\right)\right) = \frac{kQq}{6R^2}$.

Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 10-02

1. 1) $H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45$ м. 2) Начальная скорость осколков: $V = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{2 \cdot 1800} = 60$ м/с

$H = Vt_1 + \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow \tau = \frac{-V + \sqrt{V^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = 3\sqrt{5} - 6 \approx 0{,}71$ с.

2. 1) ЗСИ $mV_0 \cos\alpha = 3mV_1$; ЗСЭ $\frac{m}{2}V_0^2 = \frac{3m}{2}V_1^2 + mgH$, отсюда

$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{3}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0{,}2}{\left(1 - \frac{0{,}6^2}{3}\right)}} = \sqrt{\frac{50}{11}} \approx 2{,}1$м/с.

2) Так как движение шайбы равнопеременное, то при возвращении шайбы на уровень старта вертикальная проекция скорости шайбы сменит знак и будет равна $V_Y = -V_0 \sin\alpha$

ЗСИ $mV_0 \cos\alpha = mV_X + mV$; ЗСЭ $\frac{m}{2}V_0^2 = \frac{m}{2}\left[\left(V_0 \sin\alpha\right)^2 + V_X^2\right] + \frac{m}{2}V^2$

Перепишем эти равенства в виде

$V_0 \cos\alpha = V_X + V$; $V_0^2 \cos^2\alpha = V_X^2 + V^2$. Отсюда следует $V_X = 0$ $V = V_0 \cos\alpha = 0{,}6V_0$

3. 1) При движении в горизонтальной плоскости

$F_{TP} = mg$, $ma = N$, $\vec{P} = -\left(\vec{N} + \vec{F}_{TP}\right)$,

$P = m\sqrt{a^2 + g^2}$, $\frac{P}{mg} = \sqrt{\left(\frac{a}{g}\right)^2 + 1}$, $a = g\sqrt{\left(\frac{P}{mg}\right)^2 - 1} = 10 \cdot \sqrt{2^2 - 1} = 10\sqrt{3} \approx 17{,}3$ м/с^2.

2) Вычислим минимальную допустимую скорость v_{MIN} при таком движении. На модель действуют силы тяжести, трения и нормальной реакции. По второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$.

В высшей точке траектории перейдем к проекциям сил и ускорения на ось, перпендикулярную плоскости большого круга, в которой происходит движение $mg\cos\alpha = F_{\text{тр}} \le \mu N$. Следовательно, в этой точке $N \ge \frac{1}{\mu} mg\cos\alpha$. Переход к проекциям ускорения и сил на нормальное направление

$m\frac{V_{MIN}^2}{R} = mg\sin\alpha + N = mg\sin\alpha + \frac{1}{\mu}mg\cos\alpha$, приводит к ответу на вопрос задачи

$V_{MIN} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \frac{1}{\mu}\cos\alpha\right)} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{0{,}8 \cdot \sqrt{2}}\right)} = \frac{3}{2}\sqrt{5\sqrt{2}} \approx 4{,}0$ м/с.

4. 1) Теплота подводится на 1-2 $Q = \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) + \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1 = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1$

2) Работа газа за цикл $A = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1$

3) КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\% = \frac{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1}{\left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)P_1V_1} \cdot 100\% = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \cdot 100\% \approx 3{,}8\%$.

5. 1) Для определенности будем считать все заряды положительными. $F_1 = qE(3R) = k\frac{Qq}{9R^2}$.

2) Если однородно заряженный отрезок лежит на линии поля, вдоль которой напряженность поля $E_X(x)$, то суммарная сила, действующая со стороны этого поля на заряженный отрезок равна

$F = \sum_{x_1 \le x \le x_2} \lambda \cdot \Delta x \cdot E_X(x) = \lambda \cdot \sum_{x_1 \le x \le x_2} E_X(x) \cdot \Delta x = \lambda \cdot \left(\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\right)$.

В рассматриваемом случае $\left(\varphi(3R) - \varphi(4R)\right) = \frac{kQ}{3R} - \frac{kQ}{4R} = \frac{kQ}{12R}$. Тогда $F_2 = \lambda\left(\varphi(3R) - \varphi(4R)\right) = \frac{kQq}{12R^2}$